

# آمار و احتمال

(فصل هفتم ریاضی پایه دهم)

طبقه بندی سوالات به صورت موضوعی



پاسخ کاملا تشریحی



تمرین های برای آمادگی



مؤلف:

حبیب هاشمی

۱۳۹۸

## مقدمه

جزوه حاضر که براساس مطالب فصل هفتم کتاب درسی ریاضی پایه دهم، مبحث « امار و احتمال» نگارش شده است، دارای ویژگی های زیر است:

۱- باز کردن مفاهیمی که در کتاب درسی به علت محدودیت حجم، به آن کمتر پرداخته شده است.

۲- مطالب به صورت ساده و روان و به زبان دانش آموز ارائه شده است.

۳- مطالب و نکات، به گونه ایی است که خلأ بین مطالب ارائه شده در کتب درسی و سؤالات مطرح شده در کنکورهای سراسری را پر کند.

۴- در این جزوه با نگاهی عمیق تر و جامع تر از کتاب درسی، به مطالب پرداخته شده و به همین منظور از مثال ها و مسائل حل شده متنوعی بهره گرفته ایم.

۵- ایجاد تعادل نسبی بین مهارت های محاسبات صوری و درک مفهومی.

۶- استفاده از مسائل باز پاسخ.

۷- توجه به دانش قبلی دانش آموزان.

۸- ایجاد اتصال و ارتباط بین جنبه های متفاوت یک مفهوم و نیز بین یک مفهوم و دیگر مفاهیم کتاب.

در پایان امیدواریم که مطالعه ی دقیق این جزوه و بهره گیری از رهنمودهای دبیران فرهیخته و گران قدر بتواند موفقیت تحصیلی شما خوبان را تضمین و تثبیت نماید. ارائه ی نظرات شما دانش پژوهان، دبیران فرهیخته و گران قدر، موجب سپاس و امتنان است.

## فهرست مطالب

صفحه	عنوان
۶	۷-۱ مفاهیم اولیه احتمال.....
۱۳	۷-۲ قوانین احتمال.....
۱۳	۷-۲-۱ اشتراک دو پیشامد.....
۱۳	۷-۲-۲ دو پیشامد ناسازگار.....
۱۴	۷-۲-۳ اجتماع دو پیشامد.....
۱۴	۷-۲-۴ متمم یک پیشامد.....
۱۵	۷-۲-۵ تفاضل دو پیشامد.....
۱۶	۷-۲-۶ تفاضل متقارن.....
۲۱	۷-۳ احتمال های مربوط به فرزند و سکه.....
۳۰	۷-۴ احتمال های مربوط به تاس.....
۳۹	۷-۵ احتمال های مربوط به پرتاب سکه و تاس با هم.....
۴۲	۷-۶ احتمال های مربوط به انتخاب.....
۵۹	۷-۷ احتمال های مربوط به اصل ضرب.....
۶۳	۷-۸ احتمال های مربوط به جایگشت.....
۷۲	۷-۹ احتمال های و مربوط به انتخاب همراه با جایگشت.....
۷۶	۷-۱۰ تعریف آمار و علم آمار.....
۷۸	۷-۱۱ تعریف جامعه یا جمعیت.....
۸۱	۷-۱۲ متغیرهای تصادفی.....

جهت تهیه جزوات کنکوری تمام مباحث ریاضی تالیف حبیب هاشمی کارشناس ارشد ریاضی کاربردی با بیست سال سابقه تدریس در برگزاری کلاس های کنکور؛ دبیر رسمی آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران و مدرس دانشگاه با شماره ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱ تماس بگیرید و

یا به آیدی تلگرام @habib\_hashemi پیام دهید.

یا به سایت [www.riazikade.ir](http://www.riazikade.ir) مراجعه فرمایید.

بخش اول

احتمال

## ۱-۷ مفاهیم اولیه احتمال

**پدیده (آزمایش) تصادفی:** پدیده‌ها یا آزمایش‌هایی را که نتیجه آن به طور

دقیق قابل پیش‌بینی نباشد، اما از همه‌ی حالت‌های ممکن در به وقوع پیوستن آنها،

مطلع باشیم پدیده‌ها یا آزمایش‌های تصادفی می‌نامیم

مثال: نتیجه یک بازی فوتبال از قبل به طور دقیق قابل پیش‌بینی نیست اما سه حالت

پیروزی، تساوی و باخت برای هر یک از تیم‌ها وجود دارد که ممکن است اتفاق

بیفتد.

**فضای نمونه ای:** مجموعه‌ی همه‌ی حالت‌های ممکن در آزمایش تصادفی را

فضای نمونه ای گوئیم .

تذکر ۱: فضای نمونه ای را با  $S$  نشان می‌دهیم.

تذکر ۲: تعداد اعضای فضای نمونه ای را با  $n(S)$  نشان می‌دهیم.

مثال: در پرتاب یک سکه فضای نمونه ای برابر است با  $S = \{\text{پشت ، رو}\}$

مثال: در پرتاب یک تاس فضای نمونه ای برابر است با  $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

**پیشامد:** هر زیر مجموعه از فضای نمونه ای را یک پیشامد می گوئیم.

تذکر ۱: پیشامد را با یکی از حروف بزرگ لاتین مانند  $A, B, C, \dots$  نشان دهیم.

تذکر ۲: تعداد اعضای پیشامد را با  $n(A)$  نشان می دهیم.

تذکر ۳: پیشامد  $S$  را حتمی و پیشامد  $\emptyset$  را نشدنی می گوئیم.

مثال: در پرتاب یک تاس مطلوبست:

الف) پیشامد آنکه عدد رو شده زوج باشد.  $A = \{2, 4, 6\}$

ب) پیشامد آنکه عدد رو شده اول باشد.  $B = \{2, 3, 5\}$

پ) پیشامد آنکه عدد رو شده بزرگتر از ۴ باشد.  $C = \{5, 6\}$

ت) پیشامد آنکه عدد رو شده کمتر از ۷ باشد (پیشامد حتمی)  $D =$

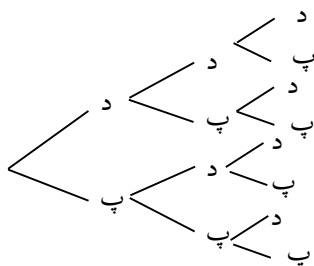
$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\} = S \rightarrow$$

ث) پیشامد آنکه عدد رو شده بزرگتر از ۶ باشد. پیشامد نشدنی  $E = \{\} = \emptyset \rightarrow$

**مثال:** خانواده ای دارای ۳ فرزند است. فضای نمونه ای مربوط به فرزندان این

خانواده را و پیشامد آنکه حداقل یکی از فرزندان دختر باشد را مشخص کنید.

حل) به کمک نمودار درختی فضای نمونه ای را مشخص می کنیم



فضای نمونه ای  $S = \{ \text{ددد}, \text{ددپ}, \text{دپد}, \text{دپپ}, \text{پدد}, \text{پدپ}, \text{پپد}, \text{پپپ} \}$

پیشامد  $E = \{ \text{ددد}, \text{ددپ}, \text{دپد}, \text{دپپ}, \text{پدد}, \text{پدپ}, \text{پپد}, \text{پپپ} \}$

**مثال:** سکه ای را به هوا می اندازیم. اگر پشت بیاید، یک تاس می اندازیم و اگر رو

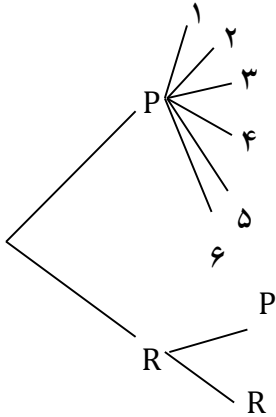
بیاید دو سکه دیگر را می اندازیم:

الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.

ب) پیشامد آنکه «تاس زوج بیاید» را مشخص کنید.



پ) پیشامد آنکه « حداقل ۲ سکه رو بیاید » را مشخص کنید.



$$\text{الف } S = \{P\ ۱, P\ ۲, P\ ۳, P\ ۴, P\ ۵, P\ ۶, P\ P, P\ R\}$$

$$\text{ب) } A = \{P\ ۲, P\ ۴, P\ ۶\}$$

$$\text{پ) } B = \{P\ R\}$$

جزوه کنک

وری تمام مباحث ریاضیات تالیف حبیب هاشمی در کانال تلگرامی

نکته: اگر  $A$  یک پیشامد از فضای نمونه ای  $S$  باشد احتمال وقوع پیشامد  $A$  را با  $P(A)$  نشان می دهیم.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\text{تعداد اعضای پیشامد } A}{\text{تعداد فضای نمونه ای } S} = \frac{\text{تعداد حالات مطلوب}}{\text{تعداد کل حالات}}$$

$$= \frac{\text{تعداد حالات خواسته سوال}}{\text{تعداد کل حالات}}$$

**نکته:** اگر  $S$  فضای نمونه ای متناهی و ناتهی برای یک آزمایش تصادفی باشد و  $A$  و  $B$  پیشامدهایی در این فضا باشند، در این صورت:

$$I) 0 \leq P(A) \leq 1$$

$$\text{زیرا } A \subseteq S \Rightarrow 0 \leq n(A) \leq n(S) \Rightarrow \frac{0}{n(S)} \leq \frac{n(A)}{n(S)} \leq \frac{n(S)}{n(S)} \Rightarrow$$

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

$$II) P(\emptyset) = 0, P(S) = 1$$

**مثال:** یک تاس را پرتاب می کنیم. مطلوبست احتمال آن که:

الف) عدد رو شده زوج باشد.

جواب:

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, A = \{2, 4, 6\}, P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

ب) عدد رو شده مضرب ۳ باشد.

جواب:

$$B = \{۳, ۶\}, P(B) = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$$

پ) عدد رو شده اول باشد.

جواب:

$$C = \{۲, ۳, ۵\}, P(C) = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}$$

ت) عدد رو شده کمتر از ۷ باشد.

جواب:

$$D = \{۱, ۲, ۳, ۴, ۵, ۶\} = S, P(D) = \frac{۶}{۶} = ۱$$

(قطعاً) پیشامد حتمی

ث) عدد رو شده بزرگتر از ۶ باشد.

جواب:

$$E = \{ \} = \emptyset, P(E) = \frac{۰}{۶} = ۰$$

پیشامد غیر ممکن

نکته: در احتمال قطعی  $P(S) = ۱$  و در احتمال نشدنی  $P(\emptyset) = ۰$  است.

**مثال:** فرض کنیم هر یک از اعداد دو رقمی را که با ارقام ۲ و ۳ و ۴ و بدون تکرار

رقم می توانیم بسازیم، روی یک کارت می نویسیم و آنها را در کیسه ای قرار می

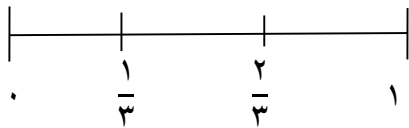
دهیم. سپس یک کارت به تصادف از کیسه خارج می کنیم:

اگر پیشامدهای  $A$  و  $B$  را به ترتیب « خارج شدن عدد زوج » و « خارج شدن عدد فرد » تعریف کنیم، شانس رخداد کدام پیشامد بیشتر است؟

$$S = \{۴۳, ۳۴, ۲۴, ۴۲, ۲۳, ۳۲, \}$$

$$A = \{۳۴, ۲۴, ۴۲, ۳۲\}, B = \{۴۳, ۲۳\}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۴}{۶} = \frac{۲}{۳}, p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{۲}{۶} = \frac{۱}{۳}$$



واضح است که  $p(A) > P(B)$  پس شانس رخداد پیشامد  $A$  از شانس رخداد پیشامد  $B$  بیشتر است. (پس این مثال تعداد عددهای زوج از تعداد عددهای فرد، بیشتر است)

جهت تهیه جزوات کنکوری تمام مباحث ریاضی تالیف حبیب هاشمی کارشناس ارشد ریاضی کاربردی با بیست سال سابقه تدریس در برگزاری کلاس های کنکور؛ دبیر رسمی آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران و مدرس دانشگاه با شماره ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱ تماس بگیرید و یا به آیدی تلگرام

@habib\_hashemi پیام دهید.

یا به سایت [www.riazikade.ir](http://www.riazikade.ir) مراجعه فرمایید.

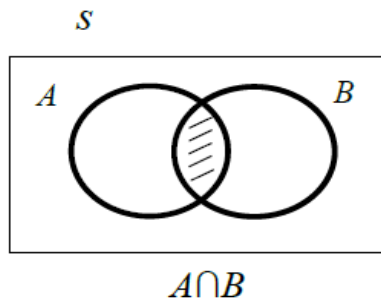
## ۲-۷ قوانین احتمال

### ۱-۲-۷ اشتراک دو پیشامد

اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد باشند،  $A \cap B$  زمانی رخ می دهد که دو پیشامد  $A$  و  $B$  رخ دهند.

هرگاه از ما بخواهند احتمال آن که  $A$  و  $B$  رخ دهد (هم  $A$  و هم  $B$  رخ دهد،  $A$  و

**هر دو** رخ دهد) را به دست آوریم باید  $P(A \cap B)$  را حساب کنیم.

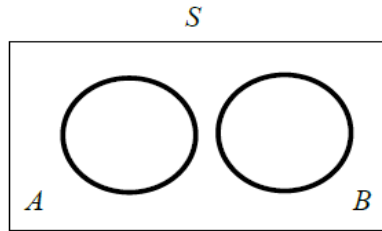


$$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)}$$

### ۲-۲-۷ دو پیشامد ناسازگار

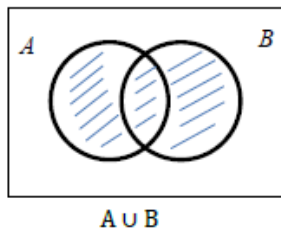
دو پیشامد  $A$  و  $B$  را ناسازگار می گوئیم هرگاه، با هم نتوانند رخ دهند به عبارت دیگر

وقوع یکی به معنی عدم وقوع دیگری است. یعنی  $A \cap B = \emptyset$  و  $P(A \cap B) = 0$



### ۳-۲-۱۷ اجتماع دو پیشامد

اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد باشند،  $A \cup B$  زمانی رخ می‌دهد که یکی از پیشامدهای  $A$  و  $B$  یا هر دو رخ دهند. هرگاه از ما بخواهند احتمال آن که  $B$  یا  $A$  رخ دهد ( لااقل یکی از پیشامدهای  $B$  یا  $A$  رخ دهد) را به دست آوریم، بایستی  $P(A \cup B)$  را محاسبه کنیم.



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

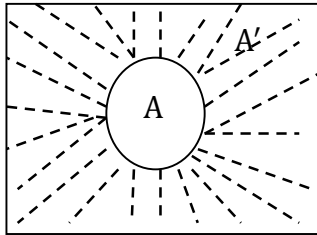
**نکته:** اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد ناسازگار باشند، آنگاه:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

### ۴-۲-۱۷ متمم یک پیشامد:

متمم پیشامد  $A$  را با  $A'$  یا  $A^c$  نشان می‌دهیم این پیشامد در صورتی می‌دهد که  $A$  رخ ندهد در احتمالات بین  $A$  و  $A'$  رابطه‌ی زیر برقرار است.

S



$$P(A) + P(A') = 1 \Rightarrow \begin{cases} P(A) = 1 - P(A') \\ P(A') = 1 - P(A) \end{cases}$$

نکته:  $A \cap A' = \emptyset$   
 $A \cup A' = S$

**دقت کنیم:** از پیشامد متمم معمولاً وقتی استفاده می کنیم که تعداد اعضای

پیشامد مورد نظر سوال زیاد باشد در این صورت متمم پیشامد مورد نظر را نوشته،

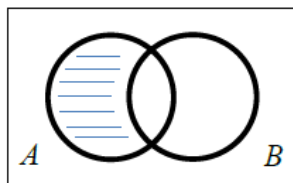
احتمال آن را حساب می کنیم و حاصل را از یک کم می کنیم.

### ۵-۲-۷ تفاضل دو پیشامد

اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد باشند  $A - B$  زمانی رخ می دهد که  $A$  رخ دهد ولی  $B$  رخ ندهد.

(فقط  $A$  رخ دهد).

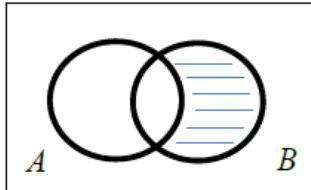
$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)$$



$A-B$

اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد باشند  $B - A$  زمانی رخ می دهد که  $B$  رخ دهد ولی  $A$  رخ ندهد.  
( فقط  $B$  رخ دهد).

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B)$$



• اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد ناسازگار باشند، داریم:

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = P(A) - 0 = P(A)$$

### ۶-۲-۷ تفاضل متقارن

اگر  $A$  و  $B$  دو پیشامد باشند  $(A - B) \cup (B - A)$  وقتی رخ می دهد که

جهت تهیه جزوات کنکوری تمام مباحث ریاضی تألیف حبیب هاشمی کارشناس  
ارشد ریاضی کاربردی با بیست سال سابقه تدریس در برگزاری کلاس های کنکور؛

دبیر رسمی آموزش و پرورش منطقه ۴ تهران و مدرس دانشگاه با شماره

۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱ تماس بگیرید و یا به آیدی تلگرام [@habib\\_hashemi](https://t.me/habib_hashemi) پیام دهید.

یا به سایت [www.riazikade.ir](http://www.riazikade.ir) مراجعه فرمایید.



تدریس خصوصی و مبحثی ریاضیات

متوسطه

و

تضمینی کنکور

تهران و کرج

موفق بودن در ریاضی ادرصد استعداد و ۹۹ درصد پشتکار

تدریس خصوصی ریاضیات

متوسطه اول و متوسطه دوم

کنکور - تقویتی

گروهی / انفرادی

به صورت تخصصی و کاملا مفهومی با جزوه اختصاصی

مشاهده جزوات در کانال تلگرامی @eshgheriazikonkour

دبیر رسمی آموزش و پرورش ب ۲۰ سال سابقه تدریس

کارشناس ارشد ریاضی کاربردی گرایش آنالیز عددی

مؤلف شش کتاب در زمینه کنکور

نویسنده برتر استان

معلم نمونه شهرستان و استان

نفر اول استان در جشنواره الگوهای برتر تدریس

نفر اول کشور در جشنواره الگوهای برتر تدریس

شماره تماس: ۰۹۱۲۰۹۱۸۷۰۱

[www.riazikade.ir](http://www.riazikade.ir)

@esngneriazikonkour

٠٦١١٠٦١٨٧٠١

حبيب هاشمي

